MATHE-KOCHSTUDIO

KURVEN-DISKUSSION

Kochbuch für ganzrationale Funktionen

GUTENBERG SCHULE

Heute gibt es ein 5-Gänge-Menü

Wir skizzieren einen Funktionsgraphen!

Hierfür bereiten wir **zwei Vorspeisen** zu,
bei denen wir noch nicht kochen („rechnen“) müssen …

- das Symmetrieverhalten
- das Globalverhalten

… und **drei Hauptspeisen**, bei denen dann richtig gekocht („gerechnet“) wird…

- die Nullstellen
- die Hoch- und Tiefpunkte
- die Wendepunkte

…und damit können wir dann den Graphen servieren!

www.gutenbergschule.eu/kochbuch-kurvendiskussion.html

Menü: Kurvendiskussion

Vorspeisen

Symmetrie des Graphen

Globalverhalten

Hauptspeisen

Achsenschnittpunkte

Hoch- und Tiefpunkte

Wendepunkte

Serviervorschlag

Definitions- und Wertebereich

1. VORSPEISE: SYMMETRIE DES GRAPHEN

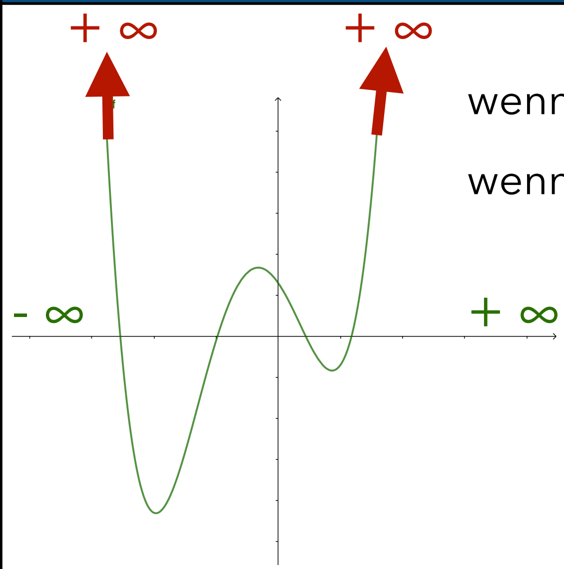
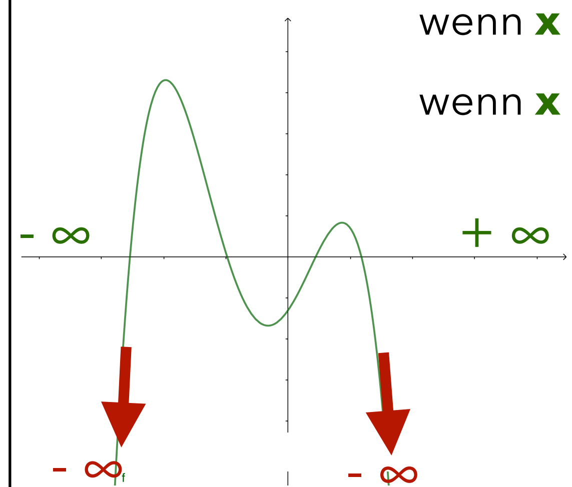
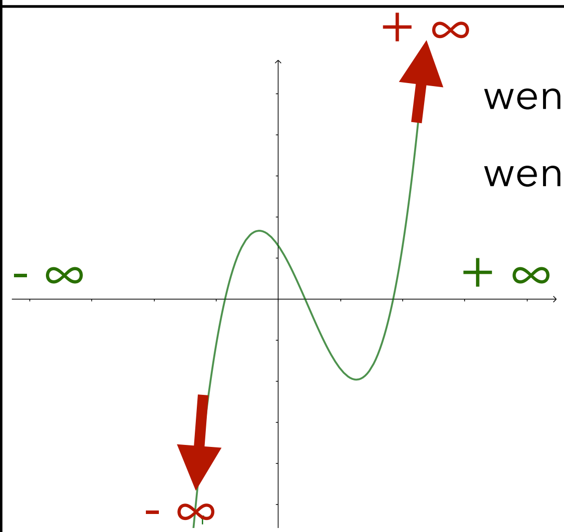
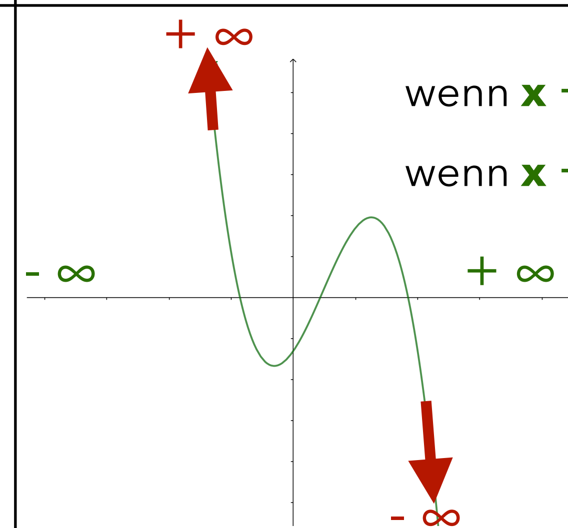
Man betrachtet alle Exponenten in der Funktionsgleichung f(x).

Es gibt 3 Möglichkeiten: **Der Graph einer Funktion ist ...**

1	2	3
...achsensymmetrisch zur y-Achse, wenn...	... punktsymmetrisch zum Ursprung, wenn...	weder punktsymmetrisch zum Ursprung, noch achsensymmetrisch zur y- Achse, wenn...
...in f(x) nur gerade Exponenten in vorkommen...	...in f(x) nur ungerade Exponenten vorkommen...	...in f(x) gerade *und* ungerade Exponenten vorkommen...

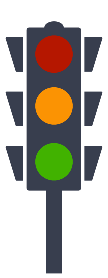
2. VORSPEISE: GLOBALVERHALTEN (Verhalten im Unendlichen)

Man betrachtet nur den höchsten Exponenten der Funktion, ob dieser gerade oder ungerade ist und den zugehörigen Koeffizienten, ob dieser positiv oder negativ ist. Es gibt 4 Möglichkeiten:

	positive Funktion	negative Funktion
gerade	 wenn $x \to -\infty$ dann $f(x) \to +\infty$ wenn $x \to +\infty$ dann $f(x) \to +\infty$	 wenn $x \to -\infty$ dann $f(x) \to -\infty$ wenn $x \to +\infty$ dann $f(x) \to -\infty$
ungerade	 wenn $x \to -\infty$ dann $f(x) \to -\infty$ wenn $x \to +\infty$ dann $f(x) \to +\infty$	 wenn $x \to -\infty$ dann $f(x) \to +\infty$ wenn $x \to +\infty$ dann $f(x) \to -\infty$

HAUPTSPEISEN AUF EINEN BLICK

	1. Hauptspeise	2. Hauptspeise		3. Hauptspeise	
	Nullstellen	Extremwerte		Wendepunkte	
		HP	TP	WP	SP
f(x)	**= 0** **x-Werte berechnen**	y-Werte ausrechnen		y-Werte ausrechnen	y-Werte ausrechnen
f´(x)		**= 0** **x-Werte berechnen**			= 0
f´´(x)		< 0 negatives Ergebnis	> 0 positives Ergebnis	**= 0** **x-Werte berechnen**	
f´´´(x)				≠ 0 Ergebnis ist nicht Null	



Merkhilfe: *„Ampel-Farben"*

– Mit den grün-markierten Stellen fängt man an und rechnet zuerst die **x-Werte** aus.

– dann kann man die **y-Werte** berechnen

– und **überprüfen**

1. Hauptspeise

NULLSTELLEN

& Schnittpunkt mit der y-Achse

Haupt-Zutaten:

f(x)

Zubereitung:

- f(x)=0 setzen und die x-Werte ausrechnen

Nullstellen

f(x) = 0

→ f(x) muss man Null setzen,
dann mit einem geeigneten Verfahren
die **x-Werte ausrechnen**
(evt. Polynomdivision / Ausklammern / Substitution / PQ-Formel / Term-Umformung)

→ **$N_1(x_1 / 0)$, $N_2(x_2 / 0)$, $N_3(x_3 / 0)$** …

Schnittpunkt mit der y-Achse

→ x=0 in **f(x)** einsetzen und den y-Wert bestimmen
(den Wert kann man auch einfach am Absolutglied von f(x) ablesen)

→ **$S_y(0 / \ldots)$**

2. Hauptspeise

HOCH- UND TIEFPUNKTE

Haupt-Zutaten:

$f'(x)$

Zubereitung:

- $f'(x)=0$ setzen und x-Werte ausrechnen
- y-Werte mit $f(x)$ ausrechnen
- x-Werte mit $f''(x)$ überprüfen

Hoch- und Tiefpunkte

$f'(x) = 0$

→ $f'(x)$ muss man Null setzen,
dann mit einem geeigneten Verfahren
die **x-Werte ausrechnen**
(evt. Polynomdivision / Ausklammern / Substitution /
PQ-Formel / Term-Umformung)

→ x-Werte in $f(x)$ einsetzen
und **y-Werte ausrechnen**

→ x-Werte in **$f''(x)$ einsetzen, um zu überprüfen**,
ob HP oder TP vorliegt
… wenn $f''(x) < 0$ (Ergebnis negativ) → dann HP
… wenn $f''(x) > 0$ (Ergebnis positiv) → dann TP
… wenn $f''(x) = 0$ (Ergebnis ergibt 0) → evt. SP

→ **HP (x / y) , TP (x / y) usw.**

3. Hauptspeise

WENDEPUNKTE

Haupt-Zutaten:

$f''(x)$

Zubereitung:

- $f''(x)=0$ setzen und x-Werte ausrechnen
- y-Werte mit f(x) ausrechnen
- x-Werte mit $f'''(x)$ überprüfen

Wendepunkte

$f''(x) = 0$

→ $f''(x)$ muss man Null setzen,
dann mit einem geeigneten Verfahren
die **x-Werte ausrechnen**
(evt. Polynomdivision / Ausklammern / Substitution / PQ-Formel / Term-Umformung)

→ x-Werte in f(x) einsetzen
und **y-Werte ausrechnen**

→ x-Werte in **$f'''(x)$ einsetzen, um zu überprüfen**,
ob WP bzw. SP bestätigt wird
… wenn $f'''(x) \neq 0$ (Ergebnis nicht Null) → WP bestätigt

→ **WP_1 (x / y) , WP_2 (x / y) usw.**

SERVIERVORSCHLAG: <u>DEFINITIONS- UND WERTEBEREICH</u>

Wenn ein Definitionsbereich angegeben ist, gibt er die Zahlenmenge vor, die man für x in die Funktion einsetzen darf. Er beschränkt quasi den Zeichenbereich auf der x-Achse. Nicht der ganze Graph soll „serviert" werden, sondern eben nur der Bereich, der im Definitionsbereich angegeben ist. Der Wertebereich ergibt sich dann daraus und ist der Bereich auf der y-Achse. Gegebenenfalls muss man noch die sog. Randpunkte angeben, an denen der Graph abgeschnitten wird.
Die x-Werte der Randpunkte gibt der Definitionsbereich vor, die y-Werte berechnet man mit der Funkion f(x).

Beispiel:

Definitionsbereich:

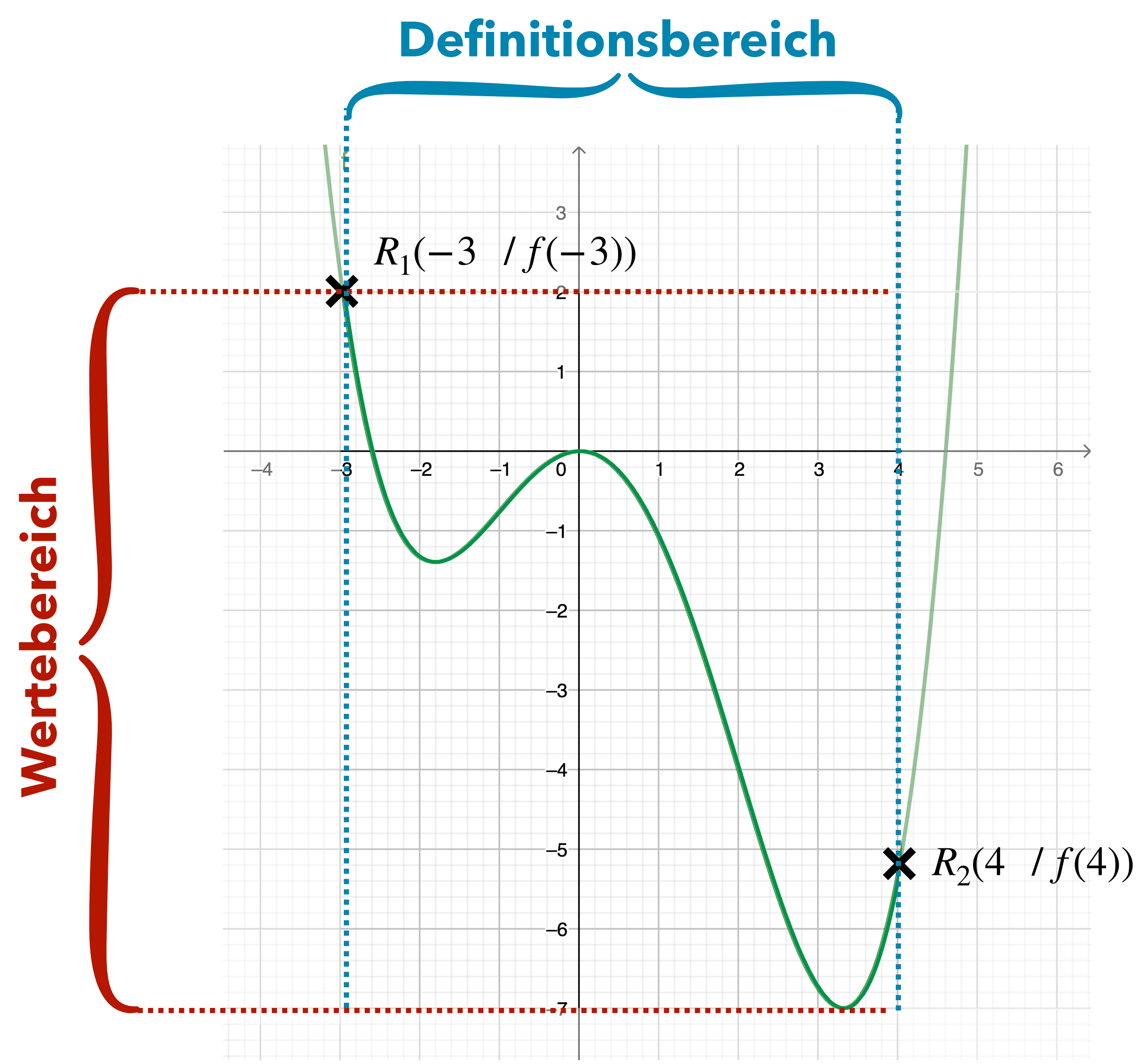
D(f) $= x \in R\ [-3;4]$

(bedeutet: x geht nur von -3 bis 4)

Wertebereich:

$W(f) = y \in R\ [-7;2]$

(bedeutet: y geht nur von -7 bis 2)



GUTENBERG SCHULE

www.gutenbergschule.eu

GUTEN Appetit!

www.gutenbergschule.eu/kochbuch-kurvendiskussion.html